

# CONTENTS

<b>8</b>	<b>積分技巧、羅必達法則和瑕積分</b>	<b>1</b>
8.1	基本積分法則	1
8.1.1	整理被積分函數以適用基本規則	1
8.2	分部積分法	2
8.2.1	分部積分法	2
8.2.2	表格法	4
8.3	三角函數的積分	4
8.3.1	含正、餘弦幕次的積分	4
8.3.2	含正割、正切幕次的積分	5
8.3.3	涉及不同角度的正餘弦乘積的積分	5
8.4	三角代換法	5
8.4.1	三角代換法	5
8.4.2	應用	7
8.5	部分分式法	7
8.5.1	部分分式法	7
8.5.2	一次因式	8
8.5.3	二次因式	8
8.8	瑕積分	8
8.8.1	上(下)限是無窮大的瑕積分	8
8.8.2	函數有無窮大極限的瑕積分	9
	<b>Index</b>	<b>10</b>



# Chapter 8

## 積分技巧、羅必達法則和瑕積分

### Contents

<b>8.1</b>	基本積分法則 . . . . .	<b>1</b>
8.1.1	整理被積分函數以適用基本規則 . . . . .	1
<b>8.2</b>	分部積分法 . . . . .	<b>2</b>
8.2.1	分部積分法 . . . . .	2
8.2.2	表格法 . . . . .	4
<b>8.3</b>	三角函數的積分 . . . . .	<b>4</b>
8.3.1	含正、餘弦幕次的積分 . . . . .	4
8.3.2	含正割、正切幕次的積分 . . . . .	5
8.3.3	涉及不同角度的正餘弦乘積的積分 . . . . .	5
<b>8.4</b>	三角代換法 . . . . .	<b>5</b>
8.4.1	三角代換法 . . . . .	5
8.4.2	應用 . . . . .	7
<b>8.5</b>	部分分式法 . . . . .	<b>7</b>
8.5.1	部分分式法 . . . . .	7
8.5.2	一次因式 . . . . .	8
8.5.3	二次因式 . . . . .	8
<b>8.8</b>	瑕積分 . . . . .	<b>8</b>
8.8.1	上(下)限是無窮大的瑕積分 . . . . .	8
8.8.2	函數有無窮大極限的瑕積分 . . . . .	9

## 8.1 基本積分法則

### 8.1.1 整理被積分函數以適用基本規則

Table 8.1: 複習基本積分法則 ( $a > 0$ )

1. $\int k f(u) du = k \int f(u) du$	2. $\int [f(u) \pm g(u)] du = \int f(u) du \pm \int g(u) du$
3. $\int du = u + C$	4. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$
5. $\int \frac{du}{u} = \ln  u  + C$	6. $\int e^u du = e^u + C$

7. $\int a^u du = \left(\frac{1}{\ln a}\right) a^u + C$	8. $\int \sin u du = -\cos u + C$
9. $\int \cos u du = \sin u + C$	10. $\int \tan u du = -\ln  \cos u  + C$
11. $\int \cot u du = \ln  \sin u  + C$	12. $\int \sec u du = \ln  \sec u + \tan u  + C$
13. $\int \csc u du = -\ln  \csc u + \cot u  + C$	14. $\int \sec^2 u du = \tan u + C$
15. $\int \csc^2 u du = -\cot u + C$	16. $\int \sec u \tan u du = \sec u + C$
17. $\int \csc u \cot u du = -\csc u + C$	18. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C$
19. $\int \frac{du}{a^2+u^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{u}{a} + C$	20. $\int \frac{du}{u\sqrt{u^2-a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{arcsec} \frac{ u }{a} + C$

## 整理步驟

## 技巧

展開 (分子).

分成兩式

配方

化成帶分式

分子加一項減一項

利用三角恆等式

分子分母同乘一式，將分母化簡

## 例子

$$(1 + e^x)^2 = 1 + 2e^x + e^{2x}$$

$$\frac{1+x}{x^2+1} = \frac{1}{x^2+1} + \frac{x}{x^2+1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(x-1)^2}}$$

$$\frac{x^2+1}{x^2+1} = 1 - \frac{1}{x^2+1}$$

$$\frac{2x}{x^2+2x+1} = \frac{2x+2-2}{x^2+2x+1} = \frac{2x+2}{x^2+2x+1} - \frac{2}{(x+1)^2}$$

$$\cot^2 x = \csc^2 x - 1$$

$$\frac{1}{1+\sin x} = \left(\frac{1}{1+\sin x}\right) \left(\frac{1-\sin x}{1-\sin x}\right) = \frac{1-\sin x}{1-\sin^2 x}$$

$$= \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} = \sec^2 x - \frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

## 8.2 分部積分法

## 8.2.1 分部積分法

**Theorem 8.1** (分部積分 (**Integration by Parts**)). 如果  $u$  和  $v$  的導函數都連續，則有

$$\int u dv = uv - \int v du = uv - \int vu' dx$$

## 分部積分法的指導原則

1. 透過基本積分公式，嘗試令  $dv$  代表被積分函數中最複雜的部分，而  $u$  則代表剩下的部分。
2. 嘗試選擇  $u$ ，使  $u$  的導函數比  $u$  簡單，而令  $dv$  代表被積分函數中剩下的部分。

注意到  $dv$  已經包含了積分的  $dx$  的部分。

**反函數的積分** 假設函數是嚴格遞增且可微；反觀  $f$  嚴格遞減時的情況也是相同的。看圖 8.1。標記為  $P$  的面積區域為曲線  $x = f^{-1}(y)$  由  $y = a$  到  $y = b$  的面積。也就是說，我們使用交換通過  $x$  和  $y$  區域的曲線下面積。使得

$$P \text{ 的面積} = \int_a^b f^{-1}(y) dy$$

$Q$  的區域面積通常表示為

$$Q \text{ 的面積} = \int_{f^{-1}(a)}^{f^{-1}(b)} f(x) dx$$

因此，標記為  $R$  的區域是矩形，所以

$$\text{面積 } R = \text{底} \times \text{高} = f^{-1}(a) \times a = a f^{-1}(a)$$

則區域  $P + Q + R$  是一個較大的矩形且底為  $f^{-1}(b)$  和高為  $b$ 。故，

$$P \text{ 的面積} = \int_a^b f^{-1}(y) dy = b f^{-1}(b) - a f^{-1}(a) - \int_{f^{-1}(a)}^{f^{-1}(b)} f(x) dx$$

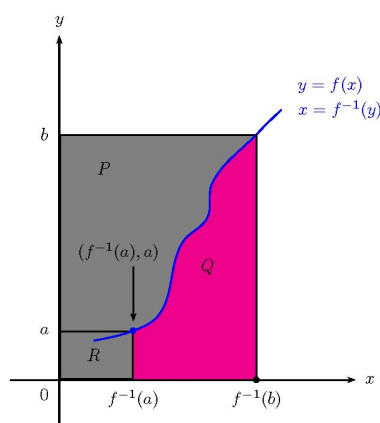


Figure 8.1: 面積  $P = \int_a^b f^{-1}(y) dy$ 、面積  $Q = \int_{f^{-1}(a)}^{f^{-1}(b)} f(x) dx$ 、面積  $R = a f^{-1}(a)$ 、三個面積的總和為  $b f^{-1}(b)$ 。

### 需以分部積分處理的常見積分摘要整理

1. 建議以  $u = x^n$ ,  $dv = e^{ax} dx$ ,  $\sin ax dx$  或  $\cos ax dx$  處理下列積分：

$$\int x^n e^{ax} dx, \quad \int x^n \sin ax dx \quad \text{或} \quad \int x^n \cos ax dx$$

2. 建議以  $u = \ln x$  或  $\arcsin ax$  或  $\arctan x$ ,  $dv = x^n dx$  處理下列積分：

$$\int x^n \ln x dx, \quad \int x^n \arcsin ax dx \quad \text{或} \quad \int x^n \arctan ax dx$$

3. 建議以  $u = \sin bx$  或  $\cos bx$ ,  $dv = e^{ax} dx$  處理下列積分：

$$\int e^{ax} \sin bx dx \quad \text{或} \quad \int e^{ax} \cos bx dx$$

## 8.2.2 表格法

## 8.3 三角函數的積分

## 8.3.1 含正、餘弦幕次的積分

□ 當我們將  $\int \sin^m x \cos^n x dx$  重組成可以使用指導規則的形式時。通常會用到下列恆等式。

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

## 含正、餘弦函數幕次的積分指導原則

1. 如果正弦函數的幕次是正的奇數，只要留下一個而將其餘轉換成餘弦函數，展開後進行積分。

$$\begin{aligned} \int \sin^{\overbrace{2k+1}^{\text{奇次}}} x \cos^n x dx &= \int \overbrace{(\sin^2 x)^k}^{\text{換成餘弦}} \cos^n x \overbrace{\sin x dx}^{\text{併入 } du} \\ &= \int (1 - \cos^2 x)^k \cos^n x \sin x dx \end{aligned}$$

2. 如果餘弦函數的幕次是正的奇數，只要留下一個而將其餘轉換成正弦函數，展開後進行積分。

$$\begin{aligned} \int \sin^m x \cos^{\overbrace{2k+1}^{\text{奇次}}} x dx &= \int \sin^m x \overbrace{(\cos^2 x)^k}^{\text{換成正弦}} \overbrace{\cos x dx}^{\text{併入 } du} \\ &= \int \sin^m x (1 - \sin^2 x)^k \cos x dx \end{aligned}$$

3. 如果正弦和餘弦函數的幕次都是正的偶數，重複使用下列恆等式。

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \quad \text{and} \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

將函數轉換成餘弦函數的奇次式，然後再照指導原則 (b) 進行。

## 華利斯公式 (Wallis's Formulas)

1. 如果  $n$  是一個大於 1 的奇數，則有

$$\int_0^{\pi/2} \cos^n x dx = \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{4}{5}\right) \left(\frac{6}{7}\right) \cdots \left(\frac{n-1}{n}\right)$$

2. 如果  $n$  是一個大於 0 的偶數，則有

$$\int_0^{\pi/2} \cos^n x dx = \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{5}{6}\right) \cdots \left(\frac{n-1}{n}\right) \left(\frac{\pi}{2}\right)$$

## 8.3.2 含正割、正切幕次的積分

## 含正割、正切函數幕次積分的指導原則

1. 如果正割函數的幕次是正的偶數，只要留下一個平方而將其餘轉換成正切，展開後進行積分。

$$\begin{aligned}\int \sec^{\overbrace{2k}^{\text{偶次}}} x \tan^n x \, dx &= \int \overbrace{(\sec^2 x)^{k-1}}^{\text{換成正切}} \tan^n x \overbrace{\sec^2 x}^{\text{併入 } du} \, dx \\ &= \int (1 + \tan^2 x)^{k-1} \tan^n x \sec^2 x \, dx\end{aligned}$$

2. 如果正切函數的幕次是正的奇數，只要留下一個正割和正切的積，而將其餘轉換成正割，展開後進行積分。

$$\begin{aligned}\int \sec^m x \tan^{\overbrace{2k+1}^{\text{奇次}}} x \, dx &= \int \sec^{m-1} x \overbrace{(\tan^2 x)^k}^{\text{換成正割}} \overbrace{\sec x \tan x}^{\text{併入 } du} \, dx \\ &= \int \sec^{m-1} x (\sec^2 x - 1)^k \sec x \tan x \, dx\end{aligned}$$

3. 如果正割沒有出現，而正切函數的幕次是正的偶數，將一個正切的平方轉換成正割的平方，展開後進行積分並且可以重複此一步驟。

$$\int \tan^n x \, dx = \int \tan^{n-2} x \overbrace{(\tan^2 x)}^{\text{換成正割}} \, dx = \int \tan^{n-2} x (\sec^2 x - 1) \, dx$$

4. 如果是求  $\int \sec^m x \, dx$ ,  $m$  是正個奇數，使用分部積分法，如前節例 5 所示。  
5. 如果上面四種情形都不是用，嘗試將函數化回正、餘弦的組合。

## 8.3.3 涉及不同角度的正餘弦乘積的積分

□ 我們可以利用下列的積化和差公式，然後分別求積分。

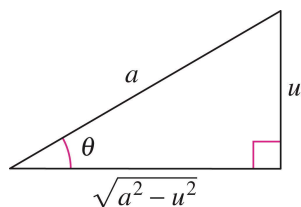
$$\begin{aligned}\sin mx \sin nx &= \frac{1}{2}(\cos[(m-n)x] - \cos[(m+n)x]) \\ \sin mx \cos nx &= \frac{1}{2}(\sin[(m-n)x] + \sin[(m+n)x]) \\ \cos mx \cos nx &= \frac{1}{2}(\cos[(m-n)x] + \cos[(m+n)x])\end{aligned}$$

## 8.4 三角代換法

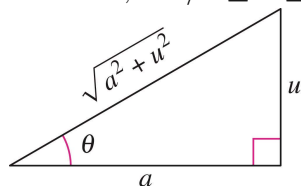
## 8.4.1 三角代換法

三角代換 (Trigonometric Substitution) ( $a > 0$ )

1. 積分式是  $\sqrt{a^2 - u^2}$  時，令  $u = a \sin \theta$ ,  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ ，則有  $\sqrt{a^2 - u^2} = a \cos \theta$ 。

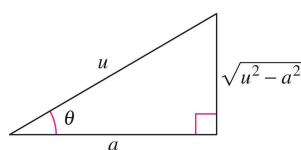


2. 積分式是  $\sqrt{a^2 + u^2}$  時，令  $u = a \tan \theta$ ， $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ ，則有  $\sqrt{a^2 + u^2} = a \sec \theta$ 。



3. 積分式是  $\sqrt{u^2 - a^2}$  時，令  $u = a \sec \theta$ ，則有

$$\sqrt{u^2 - a^2} = \begin{cases} a \tan \theta, & \text{如果 } u > a, \text{ 其中 } 0 \leq \theta < \pi/2 \\ -a \tan \theta, & \text{如果 } u < -a, \text{ 其中 } \pi/2 < \theta \leq \pi \end{cases}$$



**Theorem 8.2** (特殊積分公式 (Special integration formulas) ( $a > 0$ )).

$$1. \int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{1}{2} (a^2 \arcsin \frac{u}{a} + u\sqrt{a^2 - u^2}) + C$$

$$2. \int \sqrt{u^2 - a^2} du = \frac{1}{2} (u\sqrt{u^2 - a^2} - a^2 \ln |u + \sqrt{u^2 - a^2}|) + C, \quad u > a$$

$$3. \int \sqrt{u^2 + a^2} du = \frac{1}{2} (u\sqrt{u^2 + a^2} + a^2 \ln |u + \sqrt{u^2 + a^2}|) + C$$

## 8.4.2 應用

## 8.5 部分分式法

## 8.5.1 部分分式法

把  $N(x)/D(x)$  分解成部分分式 (**Decomposition of  $N(x)/D(x)$  into partial fractions**)

1. **不合適的畫分**：如果  $N(x)$  的次數不小於  $D(x)$  的次數，先進行一次除去，將假分式改寫成帶分式。

$$\frac{N(x)}{D(x)} = (\text{多項式}) + \frac{N_1(x)}{D(x)}$$

式中， $N_1(x)$  的次數小於  $D(x)$  的次數。

2. **分母因式**：利用分解因式，把  $D(x)$  寫成下列一次，二次因式的連乘積

$$(px + q)^m \quad \text{和} \quad (ax^2 + bx + c)^n$$

其中  $ax^2 + bx + c$  是不可分解的。

3. **線性因式**：如果  $(px + q)^m$  是  $D(x)$  的因式 (而  $(px + q)^{m+1}$  不是)，則部分分式中要包括下列  $m$  項。

$$\frac{A_1}{(px + q)} + \frac{A_2}{(px + q)^2} + \cdots + \frac{A_m}{(px + q)^m}$$

4. **二次因式**：如果  $(ax^2 + bx + c)^n$  是  $D(x)$  的因式 (而  $(ax^2 + bx + c)^{n+1}$  不是)，則部分分式中要包括下列  $n$  項。

$$\frac{B_1x + C_1}{ax^2 + bx + c} + \frac{B_2x + C_2}{(ax^2 + bx + c)^2} + \cdots + \frac{B_nx + C_n}{(ax^2 + bx + c)^n}$$

## 8.5.2 一次因式

## 8.5.3 二次因式

## 解基本方程式的指導原則

## 一次因式

1. 將一次因式的解輪流代入基本方程式。
2. 如果是重一次因式，以所得出的係數重寫基本方程式，再代方便的  $x$  值解剩下的係數。

## 二次因式

1. 展開基本方程式。
2. 合併同類項。
3. 比較同類項的係數，得到  $A, B, C, \dots$  等的方程式。
4. 解  $A, B, C, \dots$  的方程式。

## 8.8 瑕積分

## 8.8.1 上(下)限是無窮大的瑕積分

**Definition 8.1** (定義上(下)限是無窮大的瑕積分).

1. 如果  $f$  在閉區間  $[a, \infty)$  上連續，則

$$\int_a^{\infty} f(x) dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx$$

2. 如果  $f$  在閉區間  $(-\infty, b]$  上連續，則

$$\int_{-\infty}^b f(x) dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^b f(x) dx$$

3. 如果  $f$  在閉區間  $(-\infty, \infty)$  上連續，則

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^c f(x) dx + \int_c^{\infty} f(x) dx$$

其中  $c$  是任意數。

在前兩個情形，如果極限存在，我們就稱瑕積分 (*improper integral*) 收斂，反之，我們稱瑕積分發散。在三種情形，如果右端有一個瑕積分發散的話，我們就稱左邊的瑕積分發散。

## 8.8.2 函數有無窮大極限的瑕積分

**Definition 8.2** (函數有無窮大極限的瑕積分的定義).

1. 如果  $f$  在區間  $[a, b)$  連續，並且在  $b$  點的左極限是無窮大，則

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{c \rightarrow b^-} \int_a^c f(x) dx$$

2. 如果  $f$  在區間  $(a, b]$  連續，並且在  $a$  點的右極限是無窮大，則

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{c \rightarrow a^+} \int_c^b f(x) dx$$

3. 如果  $f$  只除了  $(a, b)$  中的一點  $c$  外，在區間  $[a, b]$  上連續，並且  $f$  在  $c$  有無窮大的極限 (左或右) 則

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

在前兩種情形，如果積分的極限存在，我們就稱瑕積分收斂，反之我們稱瑕積分發散，在三種情形，如果右端有一個瑕積分發散的話，我們就稱左邊的瑕積分發散。

**Theorem 8.3** (A 特殊型態瑕積分 (special type of improper integral)).

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^p} = \begin{cases} \frac{1}{p-1}, & \text{如果 } p > 1 \\ \text{發散}, & \text{如果 } p \leq 1 \end{cases}$$

# INDEX

- antiderivative 反導數
  - finding by integration by parts 藉由分部積分, 2
- basic equation obtained in a partial fraction 在部分分式的基本方程
  - guidelines for solving 解的導引, 8
- basic integration rules 基本積分法則, 1
- convergence 收斂
  - integration limits 積分界限, 8
  - of improper integral with infinite discontinuities 無窮不連續的瑕積分, 9
- decomposition of  $N(x)/D(x)$  into partial fractions 把  $N(x)/D(x)$  分解成部分分式, 7
- divergence 發散
  - of improper integral with infinite 無窮的瑕積分
    - discontinuities 不連續, 9
    - integration limits 積分界限, 8
- equation(s) 方程式
  - basic 基本
    - guidelines for solving 解的導引, 8
- fractions, partial 分式, 部分
  - decomposition of  $N(x)/D(x)$ , into 分解  $N(x)/D(x)$ , 7
- guidelines 導引
  - for evaluating integrals involving secant and tangent 牽涉正割和正切函數積分計算, 5
  - for evaluating integrals involving sine and cosine 牽涉正弦和餘弦函數積分計算, 4
  - for integration by parts 分部積分, 2
  - for solving the basic equation 解基本方程式, 8
- improper integral 瑕積分, 8
  - convergence of 收斂, 8, 9
  - divergence of 發散, 8, 9
  - special type 特殊形態, 9
  - with infinite discontinuities 無窮不連續, 9
  - with infinite integration limits 無窮的瑕積分界限, 8
- infinite discontinuities 無窮不連續
  - improper integrals with 瑕積分, 9
    - convergence of 收斂, 9
    - divergence of 發散, 9
- infinite integration limits 無窮的積分界限, 8
  - improper integrals with 瑕積分, 8
    - convergence of 收斂, 8
    - divergence of 發散, 8
- integral(s) 積分
  - improper 發散, 8
  - involving secant and tangent, guidelines for evaluating 三角正割、正切計算方針, 5
  - involving sine and cosine, guidelines for evaluating 正弦、餘弦計算方針, 4
  - trigonometric 三角, 4
- integration by parts 分部積分, 2
  - guidelines for 導引, 2
  - summary of common integrals using 常用積分總結使用, 3
- integration formulas 積分公式
  - special 特殊的, 6
- integration rules 積分法則
  - basic 基本, 1
- integration techniques 積分技巧
  - basic integration rules 基本積分法則, 1
  - integration by parts 分部積分, 2
  - trigonometric substitution 三角代換, 5
- integration 積分
  - basic rules of 基本法則, 1
- partial fractions 部分分式
  - decomposition of  $N(x)/D(x)$  into 分解  $N(x)/D(x)$ , 7

- review 複習
  - of basic integration rules 基本積分法則, 1
- special integration formulas 特殊積分公式, 6
- special type of improper integral 特殊型態瑕積分, 9
- summary 總結
  - of common integrals using integration by parts 使用分部積分的常見積分, 3
- trigonometric integrals 三角函數積分, 4
- trigonometric substitution 三角代換, 5
- Wallis's Formulas 華利斯公式, 4
- 三角代換 trigonometric substitution, 5
- 三角函數積分 trigonometric integrals, 4
- 分式, 部分 fractions, partial
  - 分解  $N(x)/D(x)$  decomposition of  $N(x)/D(x)$ , into, 7
- 分部積分 integration by parts, 2
  - 導引 guidelines for, 2
  - 常用積分總結使用 summary of common integrals using, 3
- 反導數 antiderivative
  - 藉由分部積分 finding by integration by parts, 2
- 在部分分式的基本方程 basic equation obtained in a partial fraction
  - 解的導引 guidelines for solving, 8
- 基本積分法則 basic integration rules, 1
- 導引 guidelines
  - 分部積分 for integration by parts, 2
  - 牽涉正割和正切函數積分計算 for evaluating integrals involving secant and tangent, 5
  - 牽涉正弦和餘弦函數積分計算 for evaluating integrals involving sine and cosine, 4
  - 解基本方程式 for solving the basic equation, 8
- 把  $N(x)/D(x)$  分解成部分分式 decomposition of  $N(x)/D(x)$  into partial fractions, 7
- 收斂 convergence
  - 無窮不連續的瑕積分 of improper integral with infinite discontinuities, 9
  - 積分界限 integration limits, 8
- 方程式 equation(s)
  - 基本 basic
  - 解的導引 guidelines for solving, 8
- 無窮不連續 infinite discontinuities
  - 瑕積分 improper integrals with, 9
  - 收斂 convergence of, 9
  - 發散 divergence of, 9
- 無窮的積分界限 infinite integration limits, 8
  - 瑕積分 improper integrals with, 8
  - 收斂 convergence of, 8
  - 發散 divergence of, 8
- 特殊型態瑕積分 special type of improper integral, 9
- 特殊積分公式 special integration formulas, 6
- 瑕積分 improper integral, 8
  - 收斂 convergence of, 8, 9
  - 無窮不連續 with infinite discontinuities, 9
  - 無窮的瑕積分界限 with infinite integration limits, 8
  - 特殊型態 special type, 9
  - 發散 divergence of, 8, 9
- 發散 divergence
  - 無窮的瑕積分 of improper integral with infinite discontinuities, 9
  - 積分界限 integration limits, 8
- 積分 integral(s)
  - 三角正割、正切計算方針 involving secant and tangent, guidelines for evaluating, 5
  - 三角 trigonometric, 4
  - 正弦、餘弦計算方針 involving sine and cosine, guidelines for evaluating, 4
  - 發散 improper, 8
- 積分 integration
  - 基本法則 basic rules of, 1
- 積分公式 integration formulas
  - 特殊的 special, 6
- 積分技巧 integration techniques
  - 三角代換 trigonometric substitution, 5
  - 分部積分 integration by parts, 2
  - 基本積分法則 basic integration rules, 1
- 積分法則 integration rules
  - 基本 basic, 1
- 總結 summary
  - 使用分部積分的常見積分 of common integrals using integration by parts, 3
- 華利斯公式 Wallis's Formulas, 4
- 複習 review
  - 基本積分法則 of basic integration rules, 1

部分分式 partial fractions

分解  $N(x)/D(x)$  decomposition of  $N(x)/D(x)$

into, 7